V Encontro Mineiro de Equações Diferenciais

20 a 22 de outubro de 2011

Belo Horizonte

Sumário

Conferências

- Alan Almeida Santos[1] - UFS (com Adecarlos Costa Carvalho - UFS)

  Estudo de um movimento de equilíbrio relativo flat não-planar do problema de 3 corpos em $\mathbb{R}^4$

  O clássico texto de Aurel Wintner, *The analytical foundations of celestial mechanics*, enuncia que *"no problema newtoniano de n corpos uma solução é de equilíbrio relativo se, e só se, o movimento é uma rotação uniforme planar e a configuração é central"*. Wintner ainda apresenta um contra-exemplo a esse teorema usando uma lei de força inversamente proporcional à terceira potência da distância, mostrando assim que o resultado é uma peculiaridade da dinâmica regida pela mecânica newtoniana em $\mathbb{R}^3$. Os trabalhos de Palmore (*Celestial Mechanics* (21) 1980) e Albouy/Chenciner (*Inventiones Mathematicae* (131) 1998) provaram a existência de movimentos de equilíbrio relativo não planares em espaços euclidianos de dimensão par. Resolvemos então abordar o problema newtoniano de 3 corpos em $\mathbb{R}^4$ e os movimentos de equilíbrio relativo quanto à estabilidade e existência de soluções periódicas em sua vizinhança. Em particular, estudamos uma solução de equilíbrio relativo onde as massas formam um triângulo isósceles (não-equilátero) e o binário de massas iguais (a base do triângulo) e o eixo de simetria giram em planos ortogonais de $\mathbb{R}^4$ com velocidades constantes. Tal movimento é flat, não planar e a configuração isósceles não é central. A pesquisa está em andamento e os resultados ainda são preliminares.

- Aldo Peres Campos e Lopes[2] - UFMG

  Teoria de Melhores Constantes em Desigualdades de Sobolev Vetoriais de Segunda Ordem

  Seja (M, g) uma variedade Riemanniana compacta de dimensão $n \geq 5$. No que segue, $H^{2,2}(M)$ é o espaço de Sobolev consistindo de funções em $L^2(M)$ cujas derivadas até ordem dois estão também em $L^2(M)$. Considere o seguinte sistema de quarta ordem:

  $$-\Delta_g^2 U + div\left(A(\nabla U)^{\#}\right) + \nabla_U G(x, U) = \nabla F(U) \tag{1}$$

  Ou seja, como $U = (u_1, ..., u_k)$:

  $$-\Delta_g^2 u_i + div\left(A_i(\nabla u_i)^{\#}\right) + \partial_i G(x, U) = \partial_i F(U)$$

  para cada $i = 1, ..., k$, onde $G : M \times \mathbb{R}^k \to \mathbb{R}$ é uma função contínua e 2-homogênea na segunda variável e de classe C^1 na segunda variável. E $F : \mathbb{R}^k \to \mathbb{R}$ é uma função positiva de classe C^1 e $2^{\#}$-homogênea, $2^{\#} = \frac{2n}{n-4}$ é o expoente crítico. A é definido como sendo:

  $$A\left((\nabla U)^{\#}, (\nabla U)^{\#}\right) = \sum_{i=1}^{k} A_i\left((\nabla u_i)^{\#}, (\nabla u_i)^{\#}\right)$$

[1] alan@ufs.br
[2] aldoelopes@hotmail.com

A é uma soma de k $(2,0)-$tensores simétricos, positivos e suaves.

Graças ao teorema de imersão de Sobolev, existem constantes $\mathcal{A}$ e $\mathcal{B}$, tais que, para todo $U \in H_k^{2,2}(M) = H^{2,2}(M) \times \cdots \times H^{2,2}(M)$:

$$\left(\int_M F(U)\, dv_g\right)^{\frac{2}{2^\#}} \leq \mathcal{A}\int_M (\Delta_g U)^2 + \mathcal{B}\int_M \left(A\left((\nabla U)^\#, (\nabla U)^\#\right) + G(x,U)\right) dv_g \quad (2)$$

Estamos interessados nas constantes ótimas $\mathcal{A}$ e $\mathcal{B}$ da desigualdade (2) acima. Mais precisamente, estamos interessados em tomar $\mathcal{A}$ o menor possível (e, em seguida, $\mathcal{B}$ também). Para isso utilizamos de uma teoria desenvolvida para o sistema de equações (1) (decomposição em bubbles das soluções de (1), concentração L^2 e estimativas pontuais).

Fizemos um estudo da teoria de melhores constantes para desigualdades de Sobolev vetoriais de segunda ordem. Também estudamos as aplicações extremais (discutimos a existência e a não existência) em desigualdades ótimas de Sobolev vetoriais de segunda ordem. Estudamos a dependência contínua de melhores constantes em relação aos parâmetros em questão.

Referências:

[1] Robert, F.:, *Fourth Order Equations With Critical Growth In Riemannian Geometry* , MPersonal Notes, 2009.

[2] Hebey, E.:, *Sharp Sobolev Inequalities for vector valued maps* , Mathematische Zeitschrift, 2006.

[3] Hebey, E.:, *Critical Elliptic Systems in Potential Form*, ArXiv, 2005.

[4] Sandeep, K.:, *A Compactness Type Result for Paneitz-Branson Operators with Critical Nonlinearity*, Differential and Integral Equations, 2005.

- Aniura Milanés Barrientos[3] - UFMG (com F. Linares - IMPA)

Algumas estimativas lineares para uma versão multidimensional da equação de Benjamin-Ono

Estudamos algumas propriedades das soluções da equação

$$\partial_t u - (-\Delta)^{1/2}\partial_{x_1} u = 0 \quad (3)$$

que é a parte linear de

$$\partial_t u - (-\Delta)^{1/2}\partial_{x_1} u + u\partial_{x_1} u = 0,\; x = (x_1, \ldots, x_n),\; \Delta = \partial_{x_1^2} + \partial_{x_2^2} + \cdots + \partial_{x_n^2}. \quad (4)$$

Para $n = 1$, (4) coincide com a equação de Benjamin-Ono

$$\partial_t u - H\partial_x u + u\partial_x u = 0, \quad (5)$$

onde H denota a transformada de Hilbert

$$\widehat{Hf}(\xi) = -isgn(\xi)\hat{f}(\xi). \quad (6)$$

[3] aniura@mat.ufmg.br

Para $n = 2$, (4) foi derivada em [2]. Algumas soluções de tipo onda solitária desta equação tem sido estudadas em [1] e [3]. Pretendemos apresentar algumas estimativas que exploram a natureza do símbolo de (3). O nosso objetivo é usá-las para provar resultados mais finos sobre boa colocação local das soluções de (4).

Referências:

[1] Abramyan, L.A.; Stepanyants, Yu.A. and Shrira, V. I.: *Multidimensional solitons in shear flows*, Sov. Phys. Dokl. **37**, no. 12 (1992), 575-578.

[2] Shrira, V.I.: *On the subsurface waves in the oceanic upper mixed layer*, Dokl. Akad. Nauk SSSR **308**, no. 3 (1989), 732-736.

[3] Maris, M.: *On the existence, regularity and decay of solitary waves to a generalized Benjamin-Ono equation*, Nonlinear Analysis **51** (2002), 1073-1085.

- Antonio Augusto Gaspar Ruas[4] - UFMG

  Campos Quadráticos com Ligações de Sela em Retas

  Classificação dos espaços de fase de campos vetoriais quadráticos no plano que apresentam ligação de selas finitas contidas em reta.

- Antônio Zumpano[5] - UFMG

  Equações Diferencias com Avanço

  O propósito da palestra é mostrar a existência de solução para uma dinâmica de crescimento de bactérias em que a taxa de variação no intante t depende proporcionalmente da quantidade de bactérias presente em um instante futuro, digamos kt com k > 1. De outra forma menos paradoxal: a quantidade de bactérias presente é proporcional à taxa de variação em um momento passado. A utilização de um sofisticado teorema de ponto fixo prova existência local. Em aberto está o problema de existência global ou de solução máxima. A equação diferencial do problema é bastante simples: y'(t) = Cy(kt), em que k e C são constantes, k > 1 ou 0 < k < 1. O caso em que k = 1 nada mais é do que a função exponencial. Os outros dois casos são distintos e apresentam soluções surpreendentes.

- Carlos Alberto Raposo da Cunha[6] - UFSJ

  General decay to a von Kármán system with memory

  In this work we study the von Kármán plate model with long-range memory and we show the general decay of the solution as time goes to infinity.

- Carlos Antonio de Moura[7] - UERJ

  EDP's: dos cálculos à teoria (ou vice-versa?)

  Nessa exposição enfatizaremos alguns tópicos onde se pode dramatizar como as bases teóricas são indispensáveis para o direcionamento correto dos cálculos aproximados.

[4] gaspar@ufmg.br
[5] zumpano@ufmg.br
[6] raposoufsj@gmail.com
[7] demoura@ime.uerj.br

- Clair do Nascimento[8] - UFU

  Solução localizada para o problema estacionário de Boussinesq em um canal

  Consideramos aqui um fluido viscoso e incompressível em um canal bidimensional semi-infinito, com velocidade e temperatura possivelmente não nulas na entrada deste canal. Assumimos que este fluido é governado pelas equações estacionárias clássicas de Boussinesq, então mostramos a existência de solução fraca para o sistema

$$-\nu\Delta\mathbf{u} + (\mathbf{u}\cdot\nabla)\mathbf{u} = \mathbf{f}(\mathbf{u}) - \nabla p + c\theta\mathbf{g} \text{ em } \Omega,$$
$$\text{div}\mathbf{u} = 0 \text{ em } \Omega,$$
$$\mathbf{u}\cdot\nabla\theta = \Delta\theta + h(\theta) \text{ em } \Omega.$$

  Aqui $\mathbf{u}$ é a velocidade, θ a temperatura, p a pressão no fluido, $\mathbf{g}$ a força gravitacional e $\Omega = (0,\infty)\times(0,L)$. Mostramos que a aplicação de forças sublineares ($\mathbf{f}(\mathbf{u})$ e $h(\theta)$), com condições de fronteira adequada, é capaz de tornar a velocidade e a temperatura do fluido nulas a partir de distância finita da entrada do canal. Tal fenômeno é conhecido como efeito de localização, podemos também dizer que neste caso a solução destas equações é localizada.

- Elson J. Silva[9] - UFMG

  Aplicações do Cálculo Exterior em Eletromagnetismo Computacional

  Neste trabalho, discutiremos a aplicação do cálculo exterior em modelos computacionais para solução de problemas de eletromagnetismo. Inicialmente, mostraremos como a álgebra e o cálculo de formas diferenciais são especialmente adequados para tratar problemas de eletromagnetismo. O principal foco do trabalho é mostrar como o Método dos Elementos Finitos (FEM), o Método da Integração Finita (FIT) e o Método das Diferenças Finitas no Domínio do Tempo (FDTD) originam no contexto do cálculo exterior discreto. É mostrado que a principal diferença entre estes métodos é a representação matricial do operador estrela de Hodge. Finalmente, um exemplo de modelagem de um problema prático é usado para mostrar as vantagens da abordagem apresentada.

- Fábio Rodrigues Pereira[10] - UFJF

  Resultados de existência para problemas elípticos exteriores quasilineares envolvendo o termo de convecção e condição de fronteira de Robin não-linear.

  Neste paper, os autores trabalharam com problemas elípticos quasilineares em domínios exteriores com dependência do gradiente e com acoplamento na fronteira. A prova dos resultados é feita combinando o método de Galerkin com estimativas a priori.

[8]clair@famat.ufu.br
[9]elson@cpdee.ufmg.br
[10]fabio.pereira@ufjf.edu.br

- Felipe Álvares da Silva[11] - UFMG (com Luiz Henrique Duczmal - UFMG e Denise Burgarelli - UFMG)

  Métodos numéricos de passo adaptativo com complexidade de memória linear para equações diferenciais estocásticas

  Os métodos numéricos clássicos para Equações Diferenciais Estocásticas (EDE's) fazem uso da série de Taylor estocástica.

  Os métodos mais simples fazem uso de malhas uniformes. Métodos mais eficientes fazem uso de malhas adaptativas que tendem a refinar mais as regiões de maior variação da solução. Ao usar uma malha adaptativa, estaremos lidando com o refinamento de um caminho amostral, o que impede a utilização de técnicas utilizadas para métodos determinísticos. O método mais simples ([1]) consiste em dividir cada intervalo do caminho amostral em dois outros de mesmo tamanho. Cada novo incremento é armazenado como o nó de uma árvore, denominada *árvore Browniana*. Ela possui deficiências, tanto matemáticas quanto computacionais. Uma solução mais interessante permite um refinamento completamente flexível, e não apenas dividindo cada intervalo ao meio ([2,3]).

  Neste trabalho é proposta uma implementação computacional de método de passo adaptativo flexível mais eficiente, que não utiliza a árvore Browniana. Os nós intermediários da árvore Browniana não precisam ser armazenados (conforme citado brevemente em [2]). No entanto, detalhes de armazenamento da solução não são mencionados, nem pelos autores já citados e nem nas referências mais recentes na literatura. Como os incrementos intermediários não precisam ser armazenados, deve-se apenas atualizar o caminho original e guardar somente os pontos nos quais a solução foi armazenada. Este tipo de implementação gera uma economia de memória substancial. Isso permite que a complexidade computacional de uso de memória seja linear, fazendo com que problemas de grande porte possam ser resolvidos com maior eficiência.

  Referências:

  [1] Gaines, J.G.; Lyons, T.J.: *Variable stepsize control in the numerical solution of stochastic differential equations*, SIAM J. Appl. Math. **57** no. 5 (1997), 1455-1484.

  [2] Burrage, P.M.; Burrage, K.: (2002) *A variable stepsize implementation for stochastic differential equations*, SIAM J. Sci. Comput. **24**, no. 3 (2002) 848-864.

  [3] Burrage, P.M.; Herdiana, R.; Burrage, K.: *Adaptive stepsize based on control theory for stochastic differential equations*, J. Comput. Appl. Math. **170** (2004), 317-336.

- Grigori Chapiro[12] - UFJF

  Numerical solution of a simple in-situ combustion model using nonlinear complementarity algorithm

  Parabolic type problems involving a variational and complementarity formulation arise in mathematical models of several applications in Engineering, Economy, Biology and different branches of Physics. These kinds of problems present several analytical and

[11]fellipe.alvares@gmail.com
[12]grigorichapiro@gmail.com

numerical difficulties related, for example, to time evolution and moving boundary. We implemented a numerical method based on the finite difference scheme for time evolution and nonlinear complementarity algorithm for solving the problem at each time step. We used the implicit finite difference scheme with adaptative time step implementation which allows us to use bigger time steps and speed up the simulations. One of the advantages using the FDA-NCP is its global convergence. We apply it to the system of differential equations which describes in-situ combustion model rewritten in quasi-variational form. The numerical results show good agreement when compared to simulation using classical Crank-Nicolson finite difference scheme.

- Jacson Simsen[13] - UNIFEI

  Generalizações do Teorema de Baras e aplicações

  O Teorema de Baras é um resultado que se refere às propriedades de compacidade do conjunto de soluções de uma família de equações diferenciais e se apóia no clássico Teorema de Ascoli-Arzelà. Neste trabalho serão apresentados duas generalizações do Teorema de Baras com aplicações em teoria de semifluxos generalizados e semicontinuidade superior de atratores globais.

  Um resultado foi obtido em colaboração com a profa. Dra. Ana Cláudia Pereira (UFLA) e outro resultado com a profa. Dra. Cláudia B. Gentile (UFSCar).

- João Paulo Roquim Romanelli[14] - UNIFEI (Itabira) (com N. Saldanha - PUC-Rio)

  Uma generalização da equação de Riccati e as singularidades da sua aplicação de Poincaré

  A generalização da equação de Riccati estudada neste trabalho é

  $$z'(t) = z(t)^n + a_{n-1}(t)z(t)^{n-1} + \ldots + a_1(t)z(t) + a_0(t).$$

  A aplicação de avanço leva z_a em z_b se o problema de valor inicial, com $z(a) = z_a$, tem solução definida em $[a, b]$ com $z(b) = z_b$. Quando $a = 0$ e $b = 1$ a aplicação de avanço é conhecida como Aplicação de Poincaré. O conjunto singular é o subconjunto da esfera de Riemann contendo as singularidades da aplicação de avanço. No caso genérico o conjunto singular é a união de curvas com um número finito de descontinuidades: correspondentes as soluções que alcançam infinito pelo menos duas vezes. Como consequência será apresentado um método, baseado na configuração do conjunto singular, para determinar o número de soluções periódicas.

[13]jacson@unifei.edu.br
[14]joaoprr@yahoo.com.br

- Jorge Andrés Julca Avila[15] - UFSJ

Simulação numérica do fluxo sanguíneo durante o ciclo cardíaco após anastomose de enxerto vascular

Considere o sistema cardiovascular humano e uma artéria acometida que possui uma secção bloqueada por placas ateroscleróticas (estenose quase 100%), isto é, não há fluxo sanguíneo escoando por essa secção. Com a finalidade de superar esta insuficiência arterial procedesse a uma anastomose (operação cirúrgica) de enxerto vascular. Esta operação ligará o enxerto desde uma artéria em condições normais até a secção não-estenótica da artéria acometida. De acordo à posição que se coloque o enxerto, isto é, o ângulo que forma a artéria acometida e o enxerto, vai determinar o sucesso ou fracasso desta operação.

Esse fenômeno é formulado matematicamente como um Problema de Valor Inicial e de Contorno (PVIC) num domínio 2D (enxerto vascular). As equações que governam o fenômeno são as equações de Navier-Stokes e a equação da Continuidade. As variáveis envolvidas são o vetor velocidade e pressão do fluxo sanguíneo.
Neste trabalho serão apresentadas soluções numéricas do fenômeno pelo método dos elementos finitos e, também, simulações numéricas do fluxo sanguíneo após anastomose nas diferentes fases do ciclo cardíaco.

- Jose Dávalos Chuquipoma[16] - UFSJ

Controle ótimo do problema de deflexão de uma placa com fratura

Consideramos um problema de controle onde a variável estado é definida como solução de uma inequação variacional. Este sistema descreve o deslocamento vertical dos pontos de uma placa fina com a presença de uma fratura no seu interior. Por controle definimos a força externa que origina a deflexão da placa. Em ordem a obter o sistema de otimalidade para este problema de controle é usado um problema penalizado e sua reformulação como um problema Lagrangiano. É provada a existência de um multiplicador de Lagrange para obter um sistema de otimalidade do problema exato via Lagrangiano. Aplicando o método dos incrementos limitados obtemos o resultado final que caracteriza ao controle e estado ótimo.

- Luiz Fernando de Oliveira Faria[17] - UFJF (com Claudianor O. Alves - UFPB e Paulo C. Carrião - UFMG)

Existência de solução homoclínica para uma EDO de segunda ordem

Neste trabalho estudamos a existência de solução para uma classe de EDO's da forma

$$\begin{cases} -(A(u(t))u'(t))' + u(t) = h(t, u(t)) + g(t, u'(t)), & t \in \mathbb{R} \\ u(\pm\infty) = u'(\pm\infty) = 0. \end{cases} \tag{P}$$

Hipóteses:

[15] avila_jaj@ufsj.edu.br
[16] jadc13@ufsj.edu.br
[17] luiz.faria@ufjf.edu.br

(H_1) As funções $h, g : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ são localmente Hölder contínuas, pares na primeira variável e $h(t,0) = g(t,0) = 0$.

(H_2) Existem constantes $0 < r_1, r_2 < 1$ e uma função $b \in L^1(\mathbb{R}) \cap L^\infty(\mathbb{R})$ com $b(t) > 0$ para todo $t \in \mathbb{R}$, $a_1 \in L^2(\mathbb{R})$ and $a_2 \in L^{\frac{2}{1-r_2}}(\mathbb{R})$, satisfazendo

$$b(t)|\mu|^{r_1} \leq h(t,\mu) \leq a_1(t) + a_2(t)|\mu|^{r_2}, \quad \forall (t,\mu) \in \mathbb{R}^2.$$

(H_3) Existem funções
$a_3 \in L^{\frac{2}{1-r_3}}(\mathbb{R})$ e $a_4 \in L^2(\mathbb{R})$ e uma constante $0 < r_3 < 1$ satisfazendo

$$0 \leq g(t,\eta) \leq a_4(t) + a_3(t)|\eta|^{r_3}, \quad \forall (t,\eta) \in \mathbb{R}^2.$$

(H_4) A função A é suave, não decrescente e existe $\gamma \in (0,1)$ satisfazendo

$$0 < \gamma \leq A(t) \text{ for all } t \in \mathbb{R}.$$

Referências:

[1] Alves, C.O; Carrião, P.C.; Faria, L.F.O: *Existence of homoclinic solutions for a class of second order ordinary differential equations*, Nonlinear Analysis: Real World Applications, **12** (2011), 2416-2428.

• Marcelo Domingos Marchesin[18] - UFMG (com Cláudio Vidal)

The restricted rhomboidal Sitnikov problem

The spatial restricted rhomboidal five-body problem, or shortly, SRRFBP, is a five body problem in which four positive masses, called the primaries, move two by two in coplanar circular motions with the center of mass fixed at the origin such that their cofiguration is always a rhombus, the fifth mass being negligible and not influencing the motion of the four primaries. In this model we assume that the masses of the primaries are $m_1 = m_2 = m$ and $m_3 = m_4 = \tilde{m}$ and the radii associated to the co-circular motions is a for the external bodies of mass m and b for the internal ones of mass $\tilde{m}$. The Hamiltonian function that governs the motion of the fifth mass is derived and has three degrees of freedom depending periodically on time. Using a synodical system of coordinates, we fix the primaries in order to eliminate the time dependence. With the help of the Hamiltonian structure, we characterize the regions of possible motion. We show that the vertical z axis is invariant and we study what we call the Rhomboidal Sitnikov Problem. Unlike the classical Sitnikov Problem, no chaos exists and the behavior of the fifth mass is quite predictable. Periodic solutions of arbitrary long periods are shown to exist and we study numerically their linear horizontal stability. In opposition to former published results, an infinity quantity of intervals of stability orbits seem to exist. We explain why we get these conflicting results and show that all the critical orbits are tangential ones.

[18] mdm@mat.ufmg.br

- Marcio Fialho Chaves[19] - UFMG

Comportamento assintótico de minimizadores de funcionais não-suaves sobre espaços de aplicções: o caso não-compacto

Na década de 90, Han [1] e Rey [2] mostraram que uma sequência não-compacta de soluções minimizantes do problema de Brezis-Nirenberg concentram em exatamente um ponto interior. Nesta palestra, discutiremos esta propriedade em um contexto mais amplo de minimizadores de funcionais não-suaves sobre espaços de aplicações. Em particular, segue que a propriedade de concentração interior obtida em [1] e [2] é intrínseca no sentido que ela ocorre em uma abordagem puramente de medida teórica e não de EDPs.

Referências:

[1] Han, Z-C.: *Asymptotic approach to singular solutions for nonlinear elliptic equations involving critical Sobolev exponent*, Ann. Inst. H. Poincaré Anal. Non Linéaire **8** (1991), 159-174.

[2] Rey, O.: *The role of the Green's function in a non-linear elliptic equation involving the critical Sobolev exponent*, J. Funct. Anal. **89** (1990), 1-52.

- Márcio José Horta Dantas[20] - UFU

Asymptotic expansions and center manifolds of an o.d.e. system

Let $\Omega \subset \mathbf{R}^3\mathbb{R}^3$ be an open neighorhood of $(0,0,0)$, $\delta_0 > 0$ and $f, g, p : \Omega \times (-\delta_0, \delta_0) \to \mathbb{R}$ are C^2 functions. Consider the O.D.E. system

$$\left\{\begin{array}{lcl} x' & = & y + \delta\, f\,(x,y,z,\delta)\,z, \\ y' & = & -\omega^2 x + \delta\, g\,(x,y,z,\delta)\,z, \\ z' & = & -k^2 z + \delta\, p\,(x,y,z,\delta)\,z, \end{array}\right. \tag{7}$$

where ω and k are positive constants. From Regular Perturbation Theory one can write the solutions of (7) as one can compute the regular expansion of the above solution using the parameter δ. Hence,

$$\left\{\begin{array}{lcl} x\,(t,\delta) & = & x_0\,(t) + x_1\,(t)\;\delta + O\,(\delta^2)\,, \\ y\,(t,\delta) & = & y_0\,(t) + y_1\,(t)\;\delta + O\,(\delta^2)\,, \\ z\,(t,\delta) & = & z_0\,(t) + z_1\,(t)\;\delta + O\,(\delta^2)\,, \end{array}\right. \tag{8}$$

where the above equations hold on $[0, T)$, T is finite and depends on δ. The functions x_i, y_i, z_i are computed using the usual procedure of Perturbation Theory. Our main result assures that the expansion (8) is an asymptotic one until the first order approximation. It means that there are $\delta_0 > 0$ and $C_0 > 0$ such that

$$\left\{\begin{array}{l} |x\,(t,\delta) - (x_0\,(t) + x_1\,(t)\;\delta)| \leq C_0\delta^2, \\ |y\,(t,\delta) - (y_0\,(t) + y_1\,(t)\;\delta)| \leq C_0\delta^2, \\ |z\,(t,\delta) - (z_0\,(t) + z_1\,(t)\;\delta)| \leq C_0\delta^2, \end{array}\right. \tag{9}$$

for all $t \geq 0$ and $0 \leq \delta \leq \delta_0$. The main ideas are the following ones:

[19]tukimfialho@ig.com.br
[20]marcio@ufu.br

1. The system (7) is rewritten in an adequate integral form
2. The Center Manifold Theorem is used in order to obtain some estimates which are crucial in the obtaining of (9).

In fact, the above result can be understood as a "quantitative version"of the Center Manifold Theorem for (7), see [1]. The above result was motivated by a problem of Nonlinear Oscillations which equations of motion are the following ones:

$$\left\{ \begin{array}{lcl} x'' + \omega_1^2 x & = & -\gamma x^3 - a\,xy - \mu\, x', \mu \gg 1, \\ y'' + \omega_2^2 y & = & -b\,x^2. \end{array} \right. \tag{10}$$

Complete proofs are given in [2].

Referências:

[1] Carr, J.: *Applications of Center Manifold Theory*, Springer-Verlag, New York, 1981.

[2] Dantas, M.J.H.: *Quenching in a class of Singularly Perturbed Systems*, submitted.

- Marcos Vinicius Bortolus[21] - UFMG

Perfis de asa: história da análise aerodinâmica

A proposta desta palestra é apresentar os principais desenvolvimentos históricos relacionados à análise aerodinâmica da Teoria de Campo de Euler à proposição central da aerodinâmica clássica: Camada Limite proposta por Ludwig Prandtl no início do Século 20. São mostrados os principais métodos analíticos e numéricos de cálculo de distribuição de pressão em perfis de asa para o caso de escoamentos incompressíveis em altos Números de Reynolds e em pequenos ângulos de ataque.

- Margareth da Silva Alves[22] - UFV

Sobre um sistema modelando temperatura e porosidade

Neste trabalho, investigamos o comportamento assintótico para das soluções do sistema

$$\begin{aligned} &\rho_1\, u_{tt} - a_{11}\Delta u - a_{12}\,\Delta w - b_{11}\,\Delta u_t - b_{12}\,\Delta w_t \\ &\qquad + \ \alpha\,(u-w) - k_1\Delta\theta - \beta_1\,\theta = 0 \quad \text{in} \quad \Omega\times(0,\infty), \\ &\rho_2\, w_{tt} - a_{12}\,\Delta u - a_{22}\,\Delta w - b_{12}\,\Delta u_t - b_{22}\,\Delta w_t \\ &\qquad - \ \alpha\,(u-w) - k_2\Delta\theta - \beta_2\,\theta = 0 \quad \text{in} \quad \Omega\times(0,\infty), \\ &c\,\theta_t\ - \kappa\,\Delta\theta + k_1\Delta u_t + k_2\Delta w_t + \beta_1\,u_t + \beta_2\,w_t = 0 \quad \text{in} \qquad \text{in} \quad \Omega\times(0,\infty), \end{aligned} \tag{11}$$

que surge da teoria linear para misturas de dois materiais porosos viscoelásticos apresentada em Iesan e Quintanilla [6]. Tomamos $\Omega\subset\mathbb{R}^3$ como um domínio limitado com fronteira regular $\partial\Omega$, condições iniciais

$$u(x,\,0) = u_0,\ u_t(x,\,0) = u_1,\ w(x,\,0) = w_0,\ w_t(x,\,0) = w_1,\ \theta(x,\,0) = \theta_0 \text{ in } \Omega \tag{12}$$

[21] bortolus@ufmg.br
[22] malves@ufv.br

e condições de fronteira

$$u(x,\ t) = u(x,\ t) = w(x,\ t) = w(x,\ t) = \theta(x,\ t) = \theta(x,\ t) = 0 \quad \text{on} \quad \partial\Omega. \quad (13)$$

Assumimos que ρ_1, ρ_2, c, κ e α são constantes positivas e $(\beta_1^2 + \beta_2^2)\,(k_1^2 + k_2^2) \neq 0$. As matrizes $A = [a_{ij}]$ e $B = [b_{ij}] \neq 0$ são simétricas e satisfazem a

$$a_{11} > 0, \qquad a_{11}\,a_{22} - a_{12}^2 > 0, \quad b_{11} \geq 0, \qquad b_{11}\,b_{22} - b_{12}^2 \geq 0.$$

Consideremos

$$\Xi = \frac{\alpha(b_{12} + b_{11})(\rho_1 b_{12} - \rho_2 b_{11})}{\rho_2 b_{11}(a_{11} b_{12} - a_{12} b_{11}) + \rho_1 b_{12}(a_{12} b_{12} - a_{22} b_{11})}$$

e mostramos que se um dos itens abaixo ocorre

- $\beta_2 b_{11} = \beta_1 b_{12}$, $\beta_2 b_{12} = \beta_1 b_{22}$ e $k_2 b_{11} \neq k_1 b_{12}$ ou $k_2 b_{12} \neq k_1 b_{22}$,
- Ξ não é autovalor do operador $-\Delta$,
- $\beta_1 = \varrho\, k_1$, $\beta_2 = \varrho\, k_2$, $\varrho \neq 0$ e $\varrho < \frac{1}{C_P}$, e $k_2 b_{11} \neq k_1 b_{12}$ ou $k_2 b_{12} \neq k_1 b_{22}$,

o semigrupo associado a (11) - (13) é exponencialmente estável. Além disso, mostramos casos de analiticidade e casos onde há perda de estabilidade exponencial do semigrupo.

Referências:

[1] Alves, M.S.; Muñoz Rivera, J.E.; Sepúlveda, M.: Villagrán, O.V.: *Stabilization of mistures of two rigid solids modeling temperature and poroposity*. Aceito para publicação em Applied Mathematics Letters.

[2] Alves, M.S.; Muñoz Rivera, J.E.; Sepúlveda, M.; Villagrán, O.V.: *Stabilization of a system modeling temperature and porosity fields in a Kelvin Voigt-type mixture*, Acta Mechanica, (2011) 145-167.

[3] Alves, M.S.; Muñoz Rivera, J.E.; Quintanilla, R.: *Exponential decay in a thermoelastic mixture of solids*, Int. J. Solids Struct. **46** (2009), 1659-1666.

[4] Alves, M.S.; Muñoz Rivera, J.E.; Sepúlveda, M.; Villagrán, O.V,: *Exponential stability in thermoviscoelastic mixtures of solids*, Int. J. Solids Struct. **46** (2009), 4151-4162.

[5] Alves, M.S.; Muñoz Rivera, J.E.; Sepúlveda, M.; Villagrán, O.V,: *Analyticity of semigroups associated with thermoviscoelastic mixtures of solids*, Journal of Thermal Stresses **32** (2009), 986-1004.

[6] Ieșan, D.; Quintanilla, R.: *A theory of porous thermoviscoelastic mixtures*, J. Thermal Stresses **30** (2007), 693-714.

[7] Ieșan, D.; Nappa, L.: *On the theory of viscoelastic mixtures and stability*, Mathematics and Mechanics of Solids **13** (2008), 55-80.

[8] Liu, Z.: Zheng, S.: *Semigroups associated with dissipative systems* CRC Research Notes in Mathematics **398** (1999), Chapman & Hall.

[9] Quintanilla, R.: *Exponential decay in mixtures with localized dissipative term*, Appl. Math. Lett. **18** (2005), 1381-1388.

- Narciso da Hora Lisboa[23] - UNIMONTES

  Soluções radiais positivas para uma classe de sistemas elípticos concentrando em esferas e com decaimento potencial

  Neste trabalho, lidamos com a existência de soluções radiais positivas concentrando em esferas para a seguinte classe de sistemas elípticos

$$\begin{cases} -\varepsilon^2\Delta u + V_1(x)u = K(x)Q_u(u,v) \text{ em } \mathbb{R}^N, \\ -\varepsilon^2\Delta v + V_2(x)v = K(x)Q_v(u,v) \text{ em } \mathbb{R}^N, \\ u, v \in W^{1,2}(\mathbb{R}^N),\ u, v > 0 \text{ em } \mathbb{R}^N, \\ \lim\limits_{|x|\to\infty} u(x) = \lim\limits_{|x|\to\infty} v(x) = 0, \end{cases} \qquad (S)$$

  onde $\varepsilon > 0$ é um parâmetro pequeno, V_1, V_2 e K são potenciais não negativos e $Q \in C^{1,\nu}([0,\infty)\times[0,\infty),\mathbb{R})$, $\nu \in (0,1)$, é uma função homogênea de grau $p+1$, com $p \in (1,(N+2)/(N-2))$ para $N \geq 3$.

  Consideramos o seguinte conjunto de hipóteses para os potenciais V_1, V_2 e K:

  (V) V_1, $V_2 \in C^0(\mathbb{R}^N,[0,\infty))$ são potenciais radialmente simétricos tais que

$$\liminf_{|x|\to\infty} |x|^2 V(x) \geq 4\lambda,$$

  para algum $\lambda > 0$, onde $V(x) = \min\{V_1(x), V_2(x)\}$ e é não vazio o conjunto $Z = \{x \in \mathbb{R}^N \mid V(x) = 0\}$.

  (K) $K \in C^0(\mathbb{R}^N,(0,\infty))$ é radialmente simétrico e limitado.

  Além disso, suponhamos que a função Q satisfaça as seguintes condições:

  (Q_1) Existe uma constante $C > 0$ tal que

$$\begin{cases} |Q_u(u,v)| \leq C(|u|^p + |v|^p), \forall u, v \geq 0, \\ |Q_v(u,v)| \leq C(|u|^p + |v|^p), \forall u, v \geq 0; \end{cases}$$

  (Q_2) Existem constantes η_1, $\eta_2 > 0$ tais que

$$\eta_1(|u|^{p+1} + |v|^{p+1}) \leq Q(u,v) \leq \eta_2(|u|^{p+1} + |v|^{p+1}) \quad \forall u, v > 0;$$

  (Q_3) $Q_u(0,1)$, $Q_v(1,0) > 0$;

  (Q_4) $Q_u(u,v), Q_v(u,v) \geq 0 \ \ \forall u, v \geq 0$.

  Nosso principal resultado é o seguinte teorema.

  Teorema. *Suponha que* $(Q_1) - (Q_4)$, (V) *e* (K) *são verificados. Seja* $A \subset Z$ *um subconjunto isolado tal que* $0 \notin A$ *e* $V_1 \equiv V_2$ *em* A. *Então, para* $\varepsilon > 0$ *suficientemente pequeno,* (S) *tem uma solução positiva* $(u_\varepsilon, v_\varepsilon) \in W^{1,2}(\mathbb{R}^N) \times W^{1,2}(\mathbb{R}^N)$, u_ε *e* v_ε *funções radialmente simétricas, tais que*

$$\lim_{\varepsilon\to 0} \|u_\varepsilon\|_{L^\infty(\mathbb{R}^N)} = \lim_{\varepsilon\to 0} \|v_\varepsilon\|_{L^\infty(\mathbb{R}^N)} = 0 \qquad (a)$$

[23] narciso.lisboa@unimontes.br

e

$$\liminf_{\varepsilon \to 0} \varepsilon^{-2/(p-1)} \|u_\varepsilon + v_\varepsilon\|_{L^\infty(\mathbb{R}^N)} > 0. \qquad (b)$$

Além disso, para cada $\delta > 0$, existem constantes C, $c > 0$ de modo que

$$u_\varepsilon(x), v_\varepsilon(x) \leq C \exp(-c/\varepsilon) \left[1 + (|x| / 2R_0)^{\omega_\varepsilon}\right] \quad \forall x \in \mathbb{R}^N \backslash A^{4\delta}, \qquad (c)$$

onde $\omega_\varepsilon \equiv -\frac{(N-2)+\sqrt{(N-2)^2+4\lambda/\varepsilon^2}}{2}$, $A^{4\delta} \equiv \left\{x \in \mathbb{R}^N \mid d(x, A) \leq 4\delta \right\}$ *e* R_0 *é uma constante positiva obtida da condição* (V).

- Olimpio Hiroshi Miyagaki[24] - UFJF (com D.G. de Figueiredo - Unicamp e E. M. dos Santos - USP)

  Sobolev spaces of symmetric functions and applications

  We prove sharp pointwise estimates for functions in the Sobolev spaces of radial functions defined in a ball. As a consequence, we obtain some imbeddings of such Sobolev spaces in weighted L^q-spaces. We also prove similar imbeddings for Sobolev spaces of functions with partial symmetry. Our techniques lead to new Hardy type inequalities. It is important to observe that we do not require any vanishing condition on the boundary to obtain all our estimates. We apply these imbeddings to obtain radial solutions and partially symmetric solutions for a biharmonic equation of the Hénon type under both Dirichlet and Navier boundary conditions. The delicate question of the regularity of these solutions is also established.

- Rafael Sachetto Oliveira[25] - UFMG

  Uso da malha adaptativa ALG para a solução de modelos elétricos do coração

  Modelos computacionais se tornaram ferramentas importantes para o estudo do comportamento elétrico do coração. Porém, a alta complexidade dos processos biofísicos envolvidos se traduz em modelos computacionalmente custosos. Neste trabalho avaliamos um algoritmo numérico baseado em malhas adaptativas e volumes finitos que visa acelerar estas simulações. Essa abordagem se mostra bastante atrativa, pois a frente de onda elétrica que se propaga corresponde a uma pequena fração do tecido cardíaco. Usualmente, a resolução numérica das equações diferenciais parciais que modelam o fenômeno requer discretizações espaciais suficientemente finas para acompanhar a frente de onda, que é da ordem de $0,2$ mm. O uso de malhas uniformes leva a um custo computacional muito alto, pois exige um número grande de pontos de malha. Neste sentido, os testes relatados neste artigo mostram que simulações de modelos bidimensionais do tecido cardíaco foram aceleradas em mais de 80 vezes pelo uso do algoritmo de malhas adaptativas, sem perda na precisão da solução numérica obtida.

[24] ohmiyagaki@gmail.com
[25] rsachetto@gmail.com

- Rodrigo Weber dos Santos[26] - UFJF

  Introdução à modelagem da eletrofisiologia cardíaca

  Será feita uma breve introdução à modelagem da propagação elétrica no coração. O modelo denominado Bidomínio, que é baseado em um sistema não-linear de equações diferenciais parciais, será deduzido. Finalmente, serão apresentados alguns desafios relacionados à resolução numérica dessas equações e algumas aplicações.

- Ronaldo Brasileiro Assunção[27] - UFMG (com M.J Alves - UFMG, P.C. Carrião - UFMG e Olímpio Miyagaki - UFJF)

  Soluções de energia finita para problemas singulares com perturbação envolvendo potenciais que mudam de sinal

  Este trabalho trata do estudo de problemas singulares com perturbação dos tipos

  $$-\varepsilon^2 \operatorname{div}(|x|^{-2a}\nabla u) + |x|^{-2(a+1-c)}V(x)u = |x|^{-b2^*(a,b)}g(x,u),$$

  e

  $$-\operatorname{div}(|x|^{-2a}\nabla u) + \lambda|x|^{-2(a+1-c)}V(x)u = |x|^{-b2^*(a,b)}g(x,u).$$

  Consideramos o caso em que $x \in \mathbb{R}^N$, $\varepsilon > 0$ é um parâmetro pequeno, $\lambda > 0$ é um parâmetro grande, e procuramos soluções verificando a condição $u(x) \to 0$ quando $|x| \to +\infty$. Os outros parâmetros são tais que $0 \leqslant a < (N-2)/2$, $a < b \leqslant a+1$, $c = 0$, $2^*(a,b) \equiv 2N/[N-2(a+1-b)]$, e $2^* = 2^*(0,0) \equiv 2N/(N-2)$. Estudamos os casos em que a não linearidade $g(x,u)$ é superlinear e crítica e em que o potencial $V(x)$ muda de sinal. Inspirados por Ding e Szulkin em [1], estendemos parcialmente alguns resultados de existência e de multiplicidade de soluções para o caso de problemas elípticos quase lineares degenerados com singularidades e obtemos soluções de energia finita (bound state solutions). Além disso, no caso em que a não linearidade $g(x,u)$ é uma função ímpar de u, obtemos uma infinidade de soluções geometricamente distintas.

  Referências:

  [1] Ding, Y.H; Szulkin, A.: *Bound states for semilinear Schrödinger equations with sign-changing potential*, Calc. Var. Partial Differential Equations, **29** no. 3 (2007), 397–419.

  [2] Alves, M.J.; Assunção, R.B.; Carrião, P.C.; Miyagaki, O.H.: *Bound state solutions for singular perturbation problems with sign-changing potentials*, Preprint.

- Rosivaldo Antônio Gonçalves[28] - UNIMONTES

  Binary equations with singularities worse than morse

  We define some fields of directions on surfaces immersed in $\mathbb{R}^n$, $n > 5$, we write the corresponding differential equations, which are binary equations with singularities worse than Morse. In addition, we present the topological patterns of their solutions.

[26] rodrigo.weber@ufjf.edu.br
[27] ronaldo@mat.ufmg.br
[28] gonan@uv.es

- Sandro Rodrigues Mazorche[29] - UFJF

Um algoritmo de complementaridade aplicado a problemas de inequação variacional

Os problemas de complementaridade estão presentes em várias aplicações da Engenharia, Economia, Física e outras ciências em geral [1]. Apresentaremos um algoritmo de pontos interiores (FDA-NCP) para a resolução numérica de problemas de inequações variacional que podem ser transformados em problemas de complementaridade [4,5]. O algoritmo FDA-NCP segue a filosofia do algoritmo FDIPA [2] com respeito a geração da seqüência de pontos viáveis que converge a solução do problema de complementaridade. Resultados de convergência global e taxa de convergência para o FDA-NCP podem ser vistos em [3]. Utilizaremos o FDA-NCP para resolver numericamente os seguintes problemas de inequações variacionais: O Problema do Obstáculo e o Problema do Dique. E ainda veremos uma adaptação do FDA-NCP para resolver o problema de difusão de oxigênio.

Referências:

[1] Ferris. M.C.; Pang J.S.: *Engineering And Economic Applications Of Complementarity Problems*, SIAM, **39** (1997), 669-713.

[2] Herskovits J.: *A Two-Stage Feasible Directions Algorithm For Nonlinear Constrained Optimization*, Mathematical Programming, **36** (1986), 19-38.

[3] Herskovits J.; Mazorche, S.R.: *A feasible directions algorithm for nonlinear complementarity problems and applications in mechanics*, Structural and Multidisciplinary Optimization, **36** (2008), 1615-1488.

[4] Kinderlehrer, D.; Stampacchia, G.: An Introduction to Variational, Oxford University Press, 1984.

[5] Baiocchi, C.; Pozzi, G.: *An evolution variational inequality related to a diffusion-absorption problem*, Applied Mathematics and Optimization, **2** n. 4 (1975), 304-314.

[6] Mazorche, S.R.; Chapiro, G.: *Solution Of The Oxygen Diffusion Problem Using Nonlinear Complementarity Algorithm (FDA-NCP)*. In: XXX CILAMCE - Iberian Latin American Congress on Computational Methods in Engineering, 2009, Buzios. Proceedings of the XXX CILAMCE.

[29]sandro.mazorche@ufjf.edu.br

Conferência para pós-graduação

- Rita de Cássia D. S. Broche[30] - UFLA

O famoso problema de bifurcação de Chafee-Infante

Em 1974 os pesquisadores N. Chafee e E. F. Infante estudaram a seguinte família a um parâmetro de equações parabólicas

$$\begin{cases} u_t = u_{xx} + \lambda f(u), & x \in (0,1), \ t > 0 \\ u(0,t) = 0, & t > 0 \\ u(1,t) = 0, & t > 0 \end{cases}$$

com hipóteses específicas para a função f e o parâmetro λ. Este problema ficou muito conhecido pela comunidade da área de teoria geométrica de EDP's pois consegue-se para ele um completo entendimento da estrutura do atrator global.

O objetivo dessa palestra é entender como a dinâmica desse problema muda quando variamos o parâmetro λ e qual é o número exato de soluções de equilíbrio para cada λ não negativo. Faremos alguns cálculos simples para analisarmos tais questões.

Referências:

[1] Chafee, N.; Infante, E.: *A bifurcation problem for a nonlinear parabolic equation*, J. Applicable Anal. **4** (1974), 17-37.

[2] Henry. D.: *Geometry theory of semilinear parabolic equation*, Lectures Notes in Math, v. 840, Springer-Verlag, 1981.

[3] Hale, J.K.: *Asymptotic behavior of dissipative systems*, Mathematical Surveys and Monographs, v. 25, 1988.

[30] ritabroche@dex.ufla.br