XI EMED - Encontro Mineiro de Equações Diferenciais
20 a 22 de Novembro de 2017
Poços de Caldas-MG

DIFERENTES ABORDAGENS DE PROGRAMAÇÂO MATEMÁTICA PARA UM PROBLEMA NASH-COURNOT

Sandro Rodrigues Mazorche,
ICE - Departamento de Matemática - UFJF - MG
Rua José Lourenço Kelmer, S/n - Campus Universitário
Bairro São Pedro, CEP: 36036-900, Juiz de Fora - MG
E-mail: sandro.mazorche@ufjf.edu.br

Nas últimas quatro décadas, tornou-se cada vez mais comum o uso de técnicas de programação matemática para resolver numericamente modelos de equilíbrio econômicos como por exemplo o da oferta e demanda. Estes problemas de equilíbrio em economia aparecem frequentemente com uma modelagem em Inequação Variacional. Por meio, da teoria de Inequações Variacionais, podemos associar de forma equivalente, o problema de equilíbrio de Nash-Cournot como Problema de Miminização ou Problema de Complementaridade Mista ou Problema de Complementaridade Simples.

O modelo estudado é o Problema Nash-Cournot de oligopólio com N empresas [1]. De forma bem simples e direta, a descrição do problema é: N empresas $i = 1, 2, ..., N$, que produzem o mesmo produto e competem em um mesmo mercado. Sejam $q = (q_1, ..., q_N)$ o vetor de produção das N empresas, onde q_i é a quantidade que cada empresa i produz, $i = 1, 2, ..., N$ e $Q = \sum_{i=1}^{N} q_i$ a produção total das N empresas. Temos ainda as funções, demanda inversa $p(Q)$ e a função custo de produção $C_i(q_i)$ para cada empresa i. Com condições adequadas para as funções $p(Q)$ e $C_i(q_i)$. Dizemos que $(q_1^*, q_2^*, ...q_N^*)$ é uma solução de equilíbrio de Nash se e apenas se

$$\begin{array}{rcll} 0 \leq C_i^{'}(q_i^*) - p(Q^*) - q_i^* p'(Q^*) & \text{e} & 0 \leq q_i^* & \text{, para cada } i = 1, ..., N \\ q_i^* \, [\; C_i^{'}(q_i^*) - p(Q^*) - q_i^* p'(Q^*) \,] & = & 0 & \text{, para cada } i = 1, ..., N \\ & & & \text{onde} \quad Q^* = \displaystyle\sum_{i=1}^{N} q_i^* . \end{array} \tag{1}$$

Assim, por meio do sistema de equações em (1), vamos apresentar algumas abordagens matemáticas, do problema de Nash-Cournot [1], como Problema de Minimização, Problema de Complementaridade Mista, Problema de Complementaridade Simples. Utilizaremos para resolver numericamente cada uma das diferentes arbodagens do problema de Nash-Cournot [1], algoritmos específicos para cada caso. Para Problema de Minimização usaremos um algoritmo de pontos interiores - FDIPA [3], para o Problema de Complementaridade Mista - FDAMNCP [4] e para Complementaridade simples - FDANCP [2]. Por fim, faremos uma análise de desempenho computacional com todos os algoritmos utilizados para resolver o problema Nash-Cournot [1].

Referências

[1] F. H. MURPHY, H. D. SHERALI and A. L. SOYSTER, *A Mathematical Programming Approach For Determining Oligopolistic Market Equilibrium*, Mathematical Programming, 24, 92-106. North-Holland Publishing Company, 1982.

[2] HERSKOVITS, J. and MAZORCHE, S. R., *Feasible Directions Algorithm For Nonlinear Complementarity Problems And Applications In Mechanics*, Structural and Multidisciplinary Optimization, v. 37, p. 435-446, Springer International Publishing, 2009.

[3] HERSKOVITS, J. *A two-stage feasible directions algorithm for nonlinear constrained optimization*, Mathematical Programming, v. 36, p. 19-38, North Holland, 1986.

[4] GUTIERREZ, A. E. R. ; Mazorche, S. R. ; CHAPIRO, G. *Numerical Simulation Of An In-Situ Combustion Model Formulated As Mixed Complementarity Problem*, In: XXXVII Ibero-Latin American Congress on Computational Methods in Engineering, 2016, Brasília Revista Interdisciplinar de Pesquisa em Engenharia - RIPE, 2016. v. 2. p. 172-181.

Palavras-chave: *Problema de Complementaridade Não Linear, Algoritmo de Direções Viáveis, Problema de Equilíbrio e Nash-Cournot*

Agradecimentos: *Agradecemos à CAPES, CNPq e FAPEMIG pelo apoio financeiro.*