



Equações Diferenciais na Modelagem de Juros Compostos: Uma Aplicação em Títulos de Renda Fixa

Aline de Assis G. Pereira, Ana Carolina de Oliveira, Walef Machado de Mendonça

ICSA - Instituto de Ciências Sociais Aplicadas - UNIFAL - MG

Avenida Celina Ferreira Ottoni, 4000

37048-395, Varginha, MG

E-mail: alineassispereira@hotmail.com, ana_coliveira@outlook.com, walefm2@gmail.com

Adrielle Aparecida Pereira

ICSA - Instituto de Ciências Sociais Aplicadas - UNIFAL - MG

Avenida Celina Ferreira Ottoni, 4000

37048-395, Varginha, MG

E-mail: adrielle.pereira@unifal-mg.edu.br

O presente estudo aborda a aplicação das equações diferenciais em questões econômicas, mais especificamente nas questões que envolvem as taxas de juros compostos. É importante ressaltar que atualmente a capitalização composta é utilizada na maioria das operações monetárias, financeiras e comerciais [1]. Dessa forma calcula-se o valor resgatado da seguinte maneira

$$FV = PV(1 + r)^t, \quad (1)$$

onde FV é o valor resgatado, PV é o valor aplicado, r é a taxa de juros do investimento e t o tempo de capitalização.

Entretanto, propõe-se a utilização do método de juros compostos continuamente. Considerando S um determinado valor investido a uma taxa de juros r durante um período t , e supondo que os juros sejam calculados continuamente, pode-se escrever um problema de valor inicial que modele o crescimento do investimento [2]. Tal modelo é estabelecido por uma equação diferencial separável, ou seja, uma equação diferencial de primeira ordem em que pode-se separar as variáveis, sendo uma em função de r e outra em função de S , e, posteriormente integrar ambos os termos [3]. Pode-se descrever a equação da seguinte forma

$$\frac{dS}{dt} = rS. \quad (2)$$

Separando as diferenciais

$$\frac{dS}{S} = rdt, \quad (3)$$

e assim, é possível integrar ambos os termos

$$\int \frac{dS}{S} = \int r dt. \quad (4)$$

Com isso, como $S > 0$, obtém-se

$$\ln |S| = rt + C. \quad (5)$$

Resolvendo a Equação (5), têm-se

$$S(t) = Ce^{rt}, \quad (6)$$

onde C é o valor da aplicação no instante inicial ($S_0 = e^c = C$), r é a taxa de juros do investimento e t é o tempo de duração da aplicação. Com isso, tem-se a equação para juros compostos continuamente

$$S(t) = S_0 e^{rt}. \quad (7)$$

A partir da Equação (7) que realiza o cálculo dos juros compostos continuamente e que pode ser aplicado a diversos tipos de investimento do mercado financeiro, é possível obter a rentabilidade dos investimentos a fim de saber qual forma de capitalização, composta ou composta continuamente, trará o melhor retorno ao investidor.

Além disso, este estudo verifica o retorno de um capital aplicado durante determinado período em dois tipos de investimentos diferentes e identifica qual o seu comportamento ao longo do tempo, bem como qual investimento possui maior rentabilidade. Os investimentos escolhidos para realizar o estudo são o Certificado de Depósito Bancário (pré-fixado) CDB e as Letras do Tesouro Nacional (pré-fixado) LTN cujos dados estão disponíveis no site banco de investimentos Deycoval e do Tesouro Direto.

Para chegar aos resultados dessa aplicação, comparou-se os valores de resgate através das Equações (1) e (7). Além disso, observou-se o comportamento de cada um dos títulos durante 5 anos de modo avaliar qual dos dois tipos de investimento e qual capitalização é mais vantajosa para o investidor. Constatou-se que o método de capitalização composta continuamente oferece um maior retorno em ambos os investimentos.

Referências

- [1] J.P.A. Paulo, *Modelagem com Equações Diferenciais de primeira ordem e aplicações à Economia*, Anais do Encontro de Matemática – EnEMAT UEG/UnU, Iporá, 2012.
- [2] S.D.S. Alitolef, *Algumas Aplixações das Equações Diferenciais*. Trabalho de Conclusão de Curso, UNIR, Ji-Paraná– RO, 2011.
- [3] W. E. Boyce and R. C. DiPrima, *Elementary Differential Equations and Boundary Value Problems*, 7th ed. John Wiley Sons Inc., New York, 2001.

Palavras-chave: *Investimentos, Juros Compostos Continuamente, Equação diferencial*

Agradecimentos: *Agradecemos à FAPEMIG pelo apoio financeiro.*