

Modelagem da frenagem dinâmica da máquina de corrente contínua

Gustavo Mendes Borges; Angelo José Junqueira Rezek; Rafael Di Lorenzo Corrêa; Alexandre Viana Braga, Ricardo Mohallem Rezek

ISEE/UNIFEI

Av. BPS 1303 Cx. Postal:50 CEP: 37.500-903 Itajubá - MG

e-mails: rezek@unifei.edu.br ; rafaeldlcorrea@unifei.edu.br; avbdsc@gmail.com ; rezeckmohallem@yahoo.com.br

1 - INTRODUÇÃO

A frenagem de máquinas elétricas é assunto bastante importante, podendo-se averiguar aplicações imediatas, por exemplo, em elevadores, tração elétrica, processos industriais de laminação de alumínio e fabricação de papel, etc. Pretende-se nesta pesquisa modelar a frenagens dinâmica, onde neste caso a armadura é desconectada da fonte de corrente contínua e ligada num banco de resistores de frenagem e a confirmação e avaliação da modelagem efetuada será feita experimentalmente.

É um método utilizado para desaceleração da máquina, onde há dissipação de energia num banco de resistências previamente determinado para tal processo. Por exemplo, pode-se citar uma importante aplicação do método na frenagem de caminhões de minério da Cia Vale do Rio Doce onde apenas o freio convencional de lona de caminhão não seria suficiente.

2- ANÁLISE E DISCUSSÃO

2.1 - Torque de Atrito Médio : obtenção do torque de atrito médio, $[T_{am}]$

onde:

$$T_a = T_n \times \frac{I_a}{I_n} \quad T_n = \frac{P_n}{n_n} = \frac{2000}{1800 \times \frac{2\pi}{60}} = \frac{2000}{188,5} = 10,61 [N.m]$$

T_a = Torque de atrito;
 T_n = Torque nominal;
 I_a = Corrente que o motor puxa da rede para suprir o conjugado do atrito;
 I_n = Corrente nominal;
 P_n = potência nominal;
 n_n = rotação nominal;

$$I_a = 2,1 [A] \quad T_a = 10,61 \times \frac{2,1}{9,1}$$

$$I_n = 9,1 [A] \quad T_a = 2,44 [N.m]$$

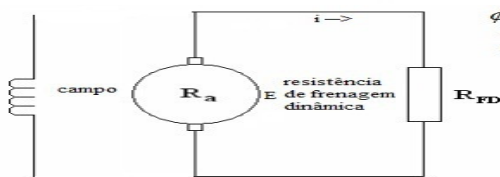
Através do gráfico $T_a \times t$, é obtido o torque de atrito médio, $[T_{am}]$ que é mostrado na Figura 1:

$$T_{am} = 1,22 [N.m]$$

- Obtenção da expressão da rotação: A partir do torque de atrito médio, $T_{am}=1,22[N.m]$, foi obtida a equação diferencial linear. A Figura 1 ilustra o circuito de frenagem dinâmica.

$$T = K \times \phi \times i \quad K \times \phi = K' \quad i = \frac{E}{R} \quad T = K' \times \frac{E}{R} \quad E = K \times n_n \times \phi$$

$$T_e = K' \times \frac{n_n}{R} \Rightarrow T_e = K' \times \frac{188,5}{R} \quad (1) \quad T_{e0} = T_n \times \frac{R}{I_n} \Rightarrow T_{e0} = \frac{256,5}{R} \quad (2)$$



ϕ - Fluxo predominantemente produzido pela corrente de campo
 i - Corrente de armadura
 R - Somatório das resistências da armadura
 E - Força Eletromotriz
 R_{FD} - Resistência de frenagem dinâmica

Figura 1: Circuito de frenagem dinâmica.

$K'' = 1,36$ Substituindo (1) em (2): Substituindo valores em: $-\frac{K'' \times n}{R} - T_{am} = J \times \frac{dn}{dt}$
 Temos seguinte equação diferencial linear: $\frac{-1,36 \times n}{R} - 1,22 = J \frac{dn}{dt}$ Resolvendo a equação diferencial linear:

$$J \frac{dn}{dt} + \frac{1,36 \times n}{R} = -1,22$$

$$\frac{dn}{dt} + \frac{1,36 \times n}{J \times R} = \frac{-1,22}{J}$$

$$P(t) = \frac{1,36}{R \times J}$$

$$Q(t) = \frac{-1,22}{J}$$

$$n_0 = e^{-\int P du} \times \left[\int Q \times e^{\int P du} du + C \right]$$

$$n_0 = e^{-\frac{1,36 \times t_f}{J \times R}} \times \left[\int_{t_f}^0 \frac{-1,22}{J} \times e^{\frac{1,36 \times t_f}{J \times R}} du + C \right]$$

$$n_0 = e^{-\frac{1,36 \times t_f}{J \times R}} \times \left[\frac{-1,22}{J} \times e^{\frac{1,36 \times t_f}{J \times R}} \times t_f + C \right]$$

$$n_0 = \frac{-1,22}{J} \times t_f + C \times e^{-\frac{1,36 \times t_f}{J \times R}}$$

Foi determinado a constate, C, a partir das condições de contorno:

$$\begin{cases} T = 0 \\ n_0 = n = 188,5 [\text{rad} / \text{s}] \end{cases}$$

$$188,5 = -\frac{1,22}{J} \times t_f + C \times e^{-\frac{1,36 \times t_f}{J \times R}}$$

$$C = 188,5$$

Obtenção do momento de inércia, J:

$$-T_{am} = J \frac{dn}{dt}$$

$$-1,22 = J \times (-13,613)$$

$$J = 0,09 [\text{Kg} \cdot \text{m}^2]$$

$$T_{am} = 1,22$$

Substituindo J e C na equação (3), temos:

$$n_0 = \frac{-1,22}{0,09} \times t_f + 188,5 \times e^{-\frac{1,36 \times t_f}{0,09 \times R}} \quad (3)$$

$$n_0 = -13,56 \times t_f + 188,5 \times e^{-\frac{15,11 \times t_f}{R}}$$

Como $n_0 = f(t, R)$, foi obtido para cada resistência, R, a função $n = f(t)$, variando de 0,05s e com isso foi plotado o gráfico abaixo (Figura 2).

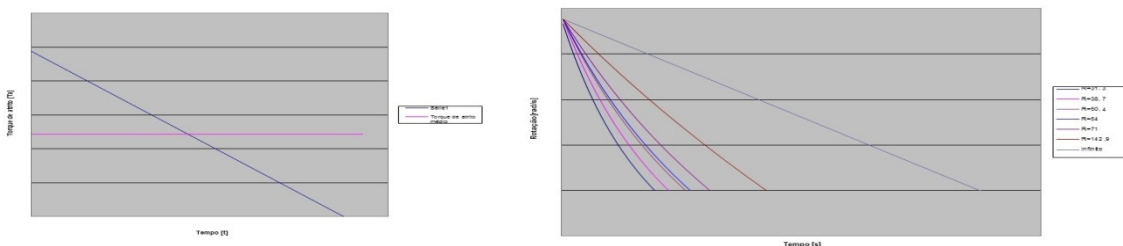


Figura 2: Torque de atrito médio

2.2) Torque de atrito variando com o tempo

Considerando-se o torque de atrito variando com a velocidade resultou num equacionamento da velocidade conforme a expressão e gráficos abaixo [8].

$$n_0 = -0,66 \times R \times (t - 0,067 \times R) + 0,16 \times R + (-0,04 \times R^2 - 0,16 \times R + 188,5) \times e^{-15,1 \frac{t}{R}}$$

Como $n_0 = f(t, R)$, foi obtido para cada resistência, R, a função $n = f(t)$ variando de 0,05s e com isso foi plotado o gráfico abaixo, ilustrado na Figura 3:

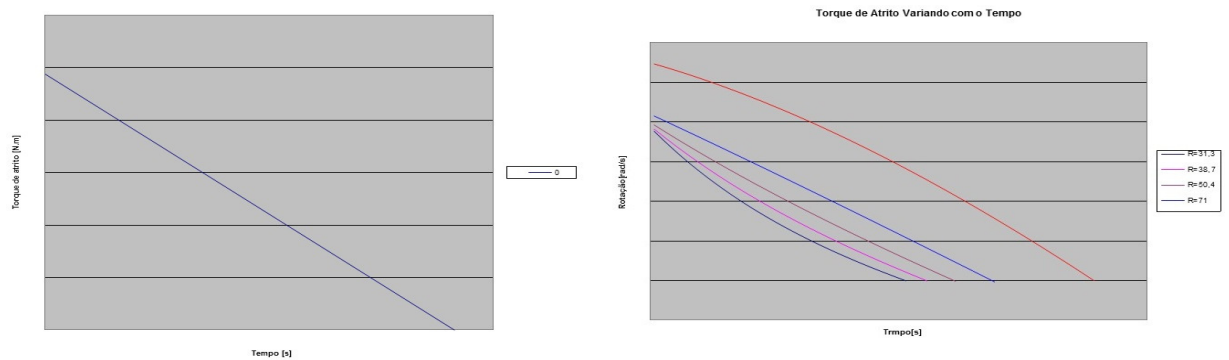


Figura 3: Resultados considerando-se torque de atrito variando com a velocidade

3-RESULTADOS E DISCUSSÕES

Foram obtidos dados experimentais em laboratório e a partir de uma modelagem matemática, foram obtidas as equações das rotações. Primeiramente a modelagem foi feita com o torque de atrito médio, onde foi obtida a primeira equação, depois a modelagem foi feita com o torque de atrito variando com o tempo, obtendo assim a segunda equação. Por fim, foi feita a comparação dos tempos obtidos pelas duas equações com os tempos obtidos experimentalmente, assim foram adquiridos os erros percentuais e foi constatado que a equação de rotação do torque de atrito médio é mais aproximada. A Tabela 1 ilustra o erro porcentual, entre resultados teóricos e experimentais, considerando-se os tempos de frenagem obtidos pelas modelagens:

(1) Torque de atrito médio (2) Torque de atrito variando com a velocidade

Tabela 1: Análise comparativa entre tempos de frenagens obtidos

Resistência [Ω]	Tempo medido[s]	Tempo obtido pelas modelagens:		(1)		(2)	
		(1)	(2) [s]	$\epsilon_{\%1}$	$\epsilon_{\%2}$	$\epsilon_{\%1}$	$\epsilon_{\%2}$
$R_1 = 31,3$	2,74	3,10	3,60	$\epsilon_{\%1} = 1 - \frac{3,10}{2,74} = -13,14\%$		$\epsilon_{\%1} = 1 - \frac{3,60}{2,74} = -31,4\%$	
$R_2 = 38,7$	3,25	3,55	3,90	$\epsilon_{\%2} = 1 - \frac{3,55}{3,25} = -9,23\%$		$\epsilon_{\%2} = 1 - \frac{3,90}{3,25} = -20,0\%$	
$R_3 = 50,4$	3,98	4,10	4,30	$\epsilon_{\%3} = 1 - \frac{4,10}{3,98} = -3,02\%$		$\epsilon_{\%3} = 1 - \frac{4,30}{3,98} = -8,0\%$	
$R_4 = 54$	4,80	4,30	4,40	$\epsilon_{\%4} = 1 - \frac{4,30}{4,80} = 10,41\%$		$\epsilon_{\%4} = 1 - \frac{4,40}{4,80} = 8,3\%$	
$R_5 = 71$	5,30	5,00	4,40	$\epsilon_{\%5} = 1 - \frac{5,00}{5,30} = 5,66\%$		$\epsilon_{\%5} = 1 - \frac{4,85}{5,30} = 8,5\%$	
$R_6 = 142,9$	7,60	6,85	4,85	$\epsilon_{\%6} = 1 - \frac{6,85}{7,60} = 9,87\%$		$\epsilon_{\%6} = 1 - \frac{6,25}{7,60} = 17,8\%$	
$R_7 = \infty$	15,56	14,00	14,00	$\epsilon_{\%7} = 1 - \frac{14,00}{15,56} = 10,03\%$			

4- CONCLUSÃO

Foi visto que na frenagem dinâmica o equacionamento matemática mais aproximada é o que utiliza o torque de atrito médio, em virtude do seu erro percentual máximo não ultrapassar 13,14%, e sendo assim muito menor que o erro percentual máximo do equacionamento matemática que utiliza o torque de atrito variando com o tempo, que chega a 31,40%. A modelagem utilizada, utilizando-se, portanto de resoluções de equações diferenciais, foi bastante satisfatória, havendo, compatibilidade entre resultados teóricos e experimentais.

AGRADECIMENTO

À FAPEMIG pela concessão da bolsa de iniciação científica para o aluno Gustavo Mendes Borges[8].

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] COGO, J.R.; OLIVEIRA, J.C.; ABREU, J.P.G.. "Ensaios em Máquinas de Corrente Contínua". Editora da EFEI, 1983;
- [2] REZEK, A.J.J.. "Eletrotécnica Geral Aplicada, Teoria e Prática". Editora da EFEI, 1986;
- [3] FITZGERALD, A E.; KINGSLEY JR., C.; KUSKO, A. "Máquinas Elétricas". Editora McGraw Hill, 1977;
- [4] ERDMAN, W. "Dynamic braking of DC machines: A mathematical approach" IEEE, vol. IA-19, n.3, may/June, 1983, pp. 388-392;
- [5] BOSE, B.K. "Power electronics and variable frequency drives", IEEE PRESS,1997.
- [6] GODOY, R.L. "Acionamento controlado regenerativo a quatro quadrantes da máquina de corrente contínua por intermédio da inversão da corrente de campo", trabalho de iniciação científica, convênio EFEI/PIBIC/CNPq, 1998/1999.
- [7] Rezek, R. M. Otimização de um sistema de frenagem dinâmica de uma máquina CC, Dissertação de mestrado, UNIFEI, 2007.
- [8] Borges, Gustavo Mendes. Frenagem dinâmica e regenerativa de uma máquina de corrente contínua, Iniciação científica, UNIFEI, 1999.