



## Análise numérica do termo convectivo da equação de convecção-difusão aplicado ao processo de filtração tangencial

Enayle M. T. Paes,      Juliana M. Silva,

ICT - Instituto de Ciência e Tecnologia - UNIFAL - MG

Rodovia José Aurélio Vilela, 11999 (BR 267 Km 533)

37715-400, Poços de Caldas, MG

E-mail: enaylepaes@gmail.com, juliana.silva@unifal-mg.edu.br

### 1 Introdução

O processo de filtração tangencial consiste num processo de separação de partículas sólidas, presentes em líquido, bastante eficaz, utilizado, principalmente, em indústrias alimentícias. Nos processos de filtração tangencial em membranas tubulares (ou tubos permeáveis), a pressão impele somente parte do produto através da membrana, enquanto que o produto restante flui tangencialmente à sua superfície. Durante a filtração, partículas dentro do fluxo de alimentação são convectivamente dirigidas para a superfície da membrana onde elas acumulam, enquanto que o movimento difusivo de partículas causa um transporte, dessas partículas, oposto ao transporte convectivo do escoamento de filtrado (permeado)[3, 5]. O acúmulo de partículas próximo à superfície da membrana provoca o aumento na resistência hidráulica para o fluxo de permeado, o que acarreta em uma perda de eficiência. Por isso, um extenso estudo dos fenômenos de transporte é necessário para o melhor entendimento dos mecanismos de transferência de massa presentes no processo [2, 4]. Assim, em função da importância do assunto, numerosos estudos numéricos têm sido conduzidos por diversos grupos de pesquisa.

Em escoamentos em que a convecção é importante, a discretização adequada dos termos convectivos da equação que representa o referido escoamento é essencial para a qualidade da solução numérica. A escolha do tipo de discretização pode gerar oscilações não físicas e consequentemente acarretar instabilidade numérica. Dentro desse cenário, esse trabalho visa estudar as formas de aproximação dos termos convectivos da equação de convecção-difusão, a qual modela a distribuição de partículas sólidas no escoamento em tubos permeáveis (processo de filtração tangencial).

### 2 Formulação Matemática

Nesta investigação é considerado um escoamento incompressível, isotérmico e completamente desenvolvido em tubo cilíndrico com paredes permeáveis. A formulação matemática adimensional é determinada pela equação de conservação das espécies químicas (convecção-difusão) [5]:

$$\frac{\partial(uc)}{\partial z} = \frac{2}{Pe} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial c}{\partial r} \right) \quad (1)$$

A Eq. (1) juntamente com suas condições de fronteira, foram discretizadas pela técnica de diferenças finitas e o termo convectivo foi aproximado por dois esquemas, *upwind* de primeira e segunda ordem [1]. O sistema de equações gerados pela técnica de discretização foi resolvido numericamente pelo método iterativo de Gauss-Seidel.

### 3 Resultados e Discussões

A Fig. 1 apresenta resultados para o perfil de concentração,  $(c/c_0)$ , próximo à superfície permeável, em função da coordenada axial,  $(z/R)$ , para diferentes números de Reynolds, com malha computacional  $1500 \times 1500$ .

Observa-se na Fig. 1(a) que a medida que o número de Reynolds aumenta a concentração ao longo do tubo diminui, isso se dá devido ao fato de que com o aumento do número de Reynolds, têm-se maiores velocidades axiais, o que acarreta em uma diminuição do acúmulo de solutos na superfície porosa. Assim, nota-se que resultados são qualitativamente compatíveis com a literatura. Na Fig. 1(b), tem-se comparação do perfil de concentração para os esquemas *upwind* de primeira e segunda ordem. Como pode-se notar não houveram diferenças nos resultados numéricos para os perfis de concentração produzidos pelos dois esquemas convectivos com diferentes números de Reynolds, assim, observa-se que os esquemas apresentam desempenho semelhantes.

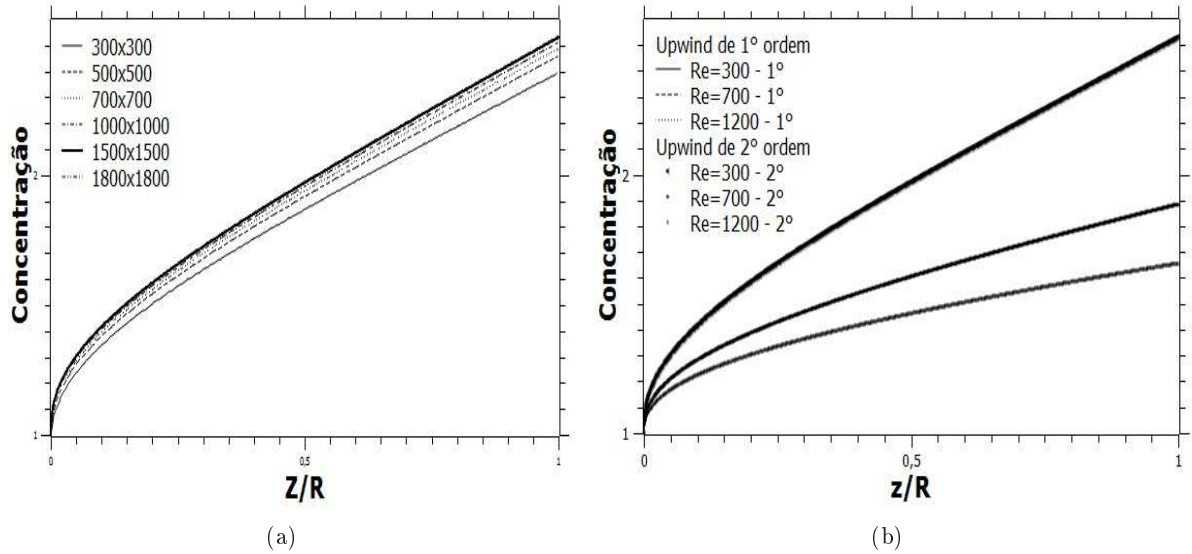


Figura 1: Comparações de perfil de concentração para diferentes Reynolds.

Apresenta-se na Fig. 2 comparações entre os resultados numéricos, obtidos neste trabalho, com o resultado analítico-numérico obtido por Venezuela [4]. Para isso, simulações para perfis de concentração em função da coordenada axial para os termos convectivos *upwind* de primeira e segunda ordem foram realizadas com os seguintes dados:  $Re = 300$ ;  $D = 7 \times 10^{-10} \text{ m}^2/\text{s}$ ;  $v_w = 1,361 \times 10^{-6} \text{ m/s}$ ;  $R = 0,015 \text{ m}$ ;  $\rho = 1000 \text{ kgm}^{-3}$ . Observa-se que os resultados obtidos numericamente neste trabalho possuem uma boa concordância com o resultado da literatura [4], com erro relativo (ER%) máximo de 1,58%.

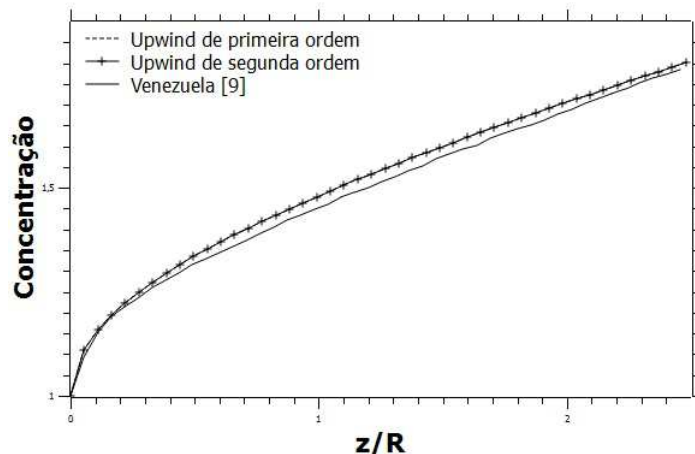


Figura 2: Comparação entre os resultados obtidos neste trabalho com os resultados analítico-numérico da literatura.

## 4 Conclusão

Neste trabalho foi realizado um estudo da equação de convecção-difusão que modela a concentração de partículas próximo a parede de um tubo permeável. Sendo o principal objetivo verificar a influência de diferentes aproximações para o termo convectivo nos resultados numéricos. A partir das simulações realizadas para análise dessa modelagem e comparações com outras investigações da literatura, pode-se concluir que para as aproximações *upwind* de primeira e segunda ordem o resultado numérico não tiveram alteração do perfil de concentração.

## Referências

- [1] FORTUNA, A.O. **Técnicas computacionais para dinâmica dos fluidos: conceitos básicos e aplicações**. São Paulo: Editora da Universidade de São Paulo, 2000.
- [2] KASTER, B. **Efeitos das Condições Operacionais na microfiltração do suco de maçã**. 83p. TESE (mestrado)- Centro Tecnológico, Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2009.
- [3] RIPPERGER, S.; ALTMANN, J. Crossflow microfiltration - state of the art. *Separation and Purification Technology*, v. 26, p. 19-31, 2002.
- [4] VENEZUELA, A. L. **Modelagem analítico-numérica do escoamento laminar convectivo em tubos associada à filtração tangencial**. Tese (doutorado), São Carlos, Universidade de São Paulo, Escola de Engenharia de São Carlos, 2008.
- [5] ZEMAN, L.J.; ZYDNEY, A.L. *Microfiltration and ultrafiltration - principles and applications*. Marcel Dekker, Inc., 1996.

**Palavras-chave:** diferenças finitas, esquemas convectivos, convecção-difusão, tubos permeáveis, modelagem numérica.

**Agradecimentos:** Agradecemos à FAPEMIG pelo apoio financeiro.