



## Aplicação do critério de Bendixson-Dulac em um modelo de transmissão de doenças para uma população não constante

**Jéssica Xavier,**

ICEx - Instituto de Ciência Exatas - UFMG - MG  
Av. Pres. Antônio Carlos, 6627 - Pampulha  
31270-901, Belo Horizonte, MG  
E-mail: cajeh.xavier@gmail.com

**Sylvie Oliffson Kamphorst**

ICEx - Instituto de Ciência Exatas - UFMG - MG  
Av. Pres. Antônio Carlos, 6627 - Pampulha  
31270-901, Belo Horizonte, MG  
E-mail: syok@mat.ufmg.br

Neste trabalho apresentamos o modelo epidemiológico SIRS (suscetíveis, infectados e recuperados) para uma população não constante a partir do estudo do artigo de Derrick e Driessche, *A disease transmission model in a nonconstant population* [5]

O modelo consiste em um sistema de equações diferenciais ordinárias em  $\mathbb{R}_+^3$ . O interesse especial está na descrição das taxas de infecção, recuperação, reinfecção e sua dependência em parâmetros. Mais especificamente, estudamos a influência dos parâmetros sobre o tipo de soluções possíveis. Além do estudo e classificação das soluções de equilíbrio, nos interessamos de maneira particular na existência ou não de soluções periódicas.

Para isso utilizamos uma generalização do critério de Bendixson-Dulac. Distinguimos as situações que admitem solução periódicas estável e os parâmetros que implicam no decréscimo do período e amplitude com a consequente diminuição das soluções periódicas ou até no desaparecimento das mesmas na forma de uma bifurcação de Hopf.

Foram feitas simulações numéricas usando o programa Maxima.

## Referências

- [1] ALLMAN, E. S.; RHODES, J. A.; *Mathematical models in biology: an introduction*. Cambridge Univ. Press, 2003.
- [2] BUSENBERG, S., van den DRIESSCHE, P.; *Analysis of a disease transmission model in a population with varying size*. Journal of mathematical biology, 28: 257-270, 1990.
- [3] BUSENBERG, S., van den DRIESSCHE, P.; *Nonexistence of periodic solutions for a class of epidemiological models*. In: BUSENBERG, S., MARTELLI, M. (eds.) Biology, Epidemiology, and Ecology. (Lect. Notes Biomath, vol. 92, pp. 70-79) Berlin Heidelberg New York: Springer, 1991.

- [4] CHICONE, C. *Ordinary Differential Equations with Applications*. Second Edition, Texts in Applied Mathematics 34, Springer, 2006.
- [5] DERRICK, W. R., van den DRIESSCHE, P.; *A disease transmission model in a nonconstant population*. Journal of mathematical biology, 31: 495-512, 1993.
- [6] DOERING, C. I., LOPES, A. O.; *Equações diferenciais ordinárias*. IMPA, Rio de Janeiro, 2005.
- [7] FOLLAND, G. B.; *Advanced Calculus*. Prentice Hall, 2002.
- [8] HIRSH, M. W., SMALE, S., DEVANEY, R. L.; *Differential Equations, Dynamical Systems, and an Introduction to Chaos*, 3rd Edition, Academic Press.
- [9] MURRAY, J. D., *Mathematical Biology: I. An Introduction*, Third Edition.
- [10] LIMA, E. L.; *Curso de análise*, volume 2. Projeto Euclides. IMPA, Rio de Janeiro, 1981.
- [11] VILLATE J. E.; *Introduction to Dynamical Systems A Hands-on Approach with Maxima*, University of Porto, College of Engineering, Porto, 2006.

**Palavras-chave:** *SIRS, Critério de Bendixson-Dulac, XI EMED*