



Varicela e a Bifurcação de Hopf por trás da doença

Patrick de Souza Oliveira, Lucy Tiemi Takahashi

Departamento de Matemática

ICE - Instituto de Ciências Exatas

UFJF - Universidade Federal de Juiz de Fora

Rua José Lourenço Kelmer, s/n

36036-330, Juiz de Fora, MG

E-mail: patrickoliveira@ice.ufjf.br, ltiemi@gmail.com.

Para modelos matemáticos descritos por equações diferenciais autônomas definir a sua solução de forma explícita, nem sempre é viável ou até mesmo possível. Mas, como a compreensão desses tipos de modelos matemáticos não reside necessariamente na explicitude da solução, uma importante ferramenta para o entendimento do comportamento da solução destas equações é a análise qualitativa, que independe da forma explícita da solução.

A análise qualitativa de equações diferenciais autônomas consolida-se basicamente em duas abordagens, a primeira consiste em métodos que descrevem o comportamento das soluções ao longo do tempo, com relação aos seus pontos de equilíbrio hiperbólicos e a segunda abordagem trata justamente da análise de bifurcações, caso a caso, quando os pontos de equilíbrio não são hiperbólicos [1, 2]. Neste trabalho, de forma introdutória, trataremos a abordagem procedural da análise qualitativa de equações diferenciais autônomas de primeira e segunda ordem quando os pontos de equilíbrio são hiperbólicos, e para os pontos que não são hiperbólicos, apresentaremos um estudo dos principais tipos de bifurcações (de Dobra, Transcrítica, Pitchfork e de Hopf) que podem ocorrer.

Como aplicação do estudo de bifurcações, propomos o exame do trabalho de Vieira [3], que propõe um modelo matemático que descreve a dinâmica da varicela juntamente com o herpes-zóster. E neste, Vieira a partir da análise qualitativa dos pontos de equilíbrio demonstra a existência de uma bifurcação de Hopf, no caso, o surgimento de órbitas periódicas instáveis e, portanto, uma justificativa matemática para a ocorrência dos picos periódicos de ocorrência da varicela.

Referências

- [1] A. Panfilov. *Non-Linear Dynamical Systems*. Utrecht University, 2005.
- [2] A. Panfilov. *Qualitative Analysis of Differential Equations*. Utrecht University, 2010.
- [3] A. L. Vieira. *Bifurcação de Hopf em um Modelo para a Dinâmica do Vírus varicela-zoster*, Dissertação de Mestrado, Universidade Federal de Viçosa, 2011.

Palavras-chave: *Bifurcação de Hopf, Varicela, Dinâmica Populacional, Biomatemática*

Agradecimentos: *Agradecemos ao programa BIC/UFJF pelo apoio financeiro.*