



Estabilidade e Instabilidade de Soluções Positivas de um Problema Semi-linear com Difusibilidade Variável

Maicon Sônego, Ralf Oliveira Ferreira,
IMC - Instituto de Matemática e Computação - UNIFEI - MG
Avenida BPS, 1303, Pinheirinho
37500-903, Itajubá, MG
E-mail: mcn.sonego@unifei.edu.br, ralfoliveira@gmail.com,

Considere o seguinte problema semi-linear com condições de fronteira de Dirichlet

$$\begin{cases} -(a(x)u'(x))' = f(u), & x \in (-1, 1) \\ u(-1) = u(1) = 0. \end{cases} \quad (1)$$

sendo $a(x) \in C^1(-1, 1)$, positiva e par (i.e. $a(x) = a(-x)$ para $x \in (-1, 1)$). Além disso, $f \in C^1(\mathbb{R})$ é também positiva. Neste trabalho, mostramos que toda solução positiva u de (1) é também uma função par e, seguindo as idéias de [1], definimos a função

$$h(u) := 2F(u) - uf(u),$$

sendo $F(u) = \int_0^u f(t) dt$, a fim de concluir o seguinte resultado sobre a estabilidade de tais soluções positivas

Teorema 1. *Suponha que $a'(x) \geq 0$ para $x \in (-1, 0)$.*

(i) *Se $\alpha \in \mathbb{R}^+$ e*

$$h(\alpha) < h(u), \text{ para todo } u < \alpha, \quad (2)$$

então qualquer solução positiva u de (1) tal que $u(0) = \alpha$ é instável.

(ii) *Por outro lado, se*

$$h(\alpha) > h(u), \text{ para todo } u < \alpha, \quad (3)$$

então qualquer solução positiva u de (1) tal que $u(0) = \alpha$ é estável.

Palavras-chave: *Equação Semi-linear, Simetria, Estabilidade*

Agradecimentos: *Agradecemos à Diretoria de Pesquisa e Inovação (DPI - UNIFEI) pelo apoio financeiro através do Edital 003/2016.*

Referências

- [1] P. Korman *Stability and instability of solutions of semilinear problems*, Appl. Anal. 86(2007), No. 2, 135–147.